

Aufgabe 19: Bestimmen Sie Supremum und Infimum der folgenden Mengen:

a) $A = \{x \mid -2 < x \leq 5\}$,

b) $B = \{x \mid x^2 < 5\}$,

c) $C = \{x \mid 3 \leq 2x + 5 \leq 8\}$.

Welche Mengen haben ein Maximum bzw. ein Minimum? Schreiben Sie die Mengen jeweils als Intervall.

Aufgabe 20: Berechnen Sie die ersten Ableitungen:

a) $p(x) = x^4 - 9x^2 + 4x + 12$,

b) $q(u) = (u^2 - 5)^8$,

c) $r(z) = \frac{\sqrt{z^2-1}}{\sqrt{z^2+1}}$,

d) $e_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$.

Aufgabe 21: Wie muss a gewählt werden, damit gilt:

$$(2+h)^3 = 2^3 + ah + o(h) \quad \text{mit} \quad \frac{o(h)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} 0?$$

Aufgabe 22: a) Bestimmen Sie die drei lokalen Maxima und die zwei lokalen Minima der Funktion

$$W(x) = (x^2 - 1)^2$$

auf dem Intervall $[-2, 2]$.

b) Welche lokalen Extrema ergeben sich für die Funktion

$$f(x) = |x^2 - 2x|?$$

Skizzieren Sie jeweils den Graphen der Funktion!