

Aufgabe 4: Wenden Sie das Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren auf die Vektoren

$$a_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

an.

LÖSUNG:

$$v_1 = \frac{1}{\|a_1\|} a_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ 0 \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{v}_2 = a_2 - a_2 \cdot v_1 v_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{25}{5} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ 0 \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$v_2 = \frac{1}{\|\tilde{v}_2\|} \tilde{v}_2 = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 0 \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{v}_3 = a_3 - a_3 \cdot v_1 v_1 - a_3 \cdot v_2 v_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \frac{50}{5} \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ 0 \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix} - \frac{25}{5} \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 0 \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_3 = \frac{1}{\|\tilde{v}_3\|} \tilde{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$