Übungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2013**
Blatt 5 **07.05.2013**

Aufgabe 1: Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

a) $e^{i\frac{\pi}{2}} = -i.$ ja ☐ nein ☐

b) $e^{i\frac{\pi}{2}} = i.$ ja ☐ nein ☐

c) $e^{i\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{i}.$ ja ☐ nein ☐

d) $e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{i}.$ ja ☐ nein ☐

e) $e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,(1+i).$ ja ☐ nein ☐

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen in $\mathbb{C}$. Geben Sie beide Lösungen in der Form $x = a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

a) $x^2 + (1-3i)x - 2 - 2i = 0$

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}i = 0$

Tipp: $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Aufgabe 3: Skizzieren Sie die Lösungen der Gleichung

$$z^k = 1 \quad \text{für} \quad k = 2, 4, 6$$

in $\mathbb{C}$. Wie sehen alle Lösungen der Gleichung

$$z^k = 1, \quad k \in \mathbb{N}$$

in $\mathbb{C}$ aus?

Aufgabe 4: Beweisen Sie: Bei einem Polynom mit reellen Koeffizienten treten echt komplexe Nullstellen immer als konjugierte Paare auf, d.h. falls $p(z) = 0$ dann auch $p(\overline{z}) = 0$.
Tipp: Beweisen Sie $p(\overline{z}) = \overline{p(z)}$ und folgern Sie daraus die Behauptung. Was ist $\overline{r}$ für $r \in \mathbb{R}$?