

Aufgabe 1: Berechnen Sie die Integrale:

a) $\int_0^{\pi} \sin x \cos x \, dx$

b) $\int_0^1 \frac{(1-x)^2}{1+x^2} \, dx$

c) $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Integrale:

a) $\int \frac{2x}{x^2+5} \, dx,$

b) $\int \frac{1}{4+9x^2} \, dx,$

c) $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx.$

Tipp: a), b) mit Substitutionsregel, c) mit partieller Integration. Verwenden Sie bei c), dass nach der partiellen Integration auf der rechten Seite wieder das zu berechnende Integral (jedoch mit negativem Vorzeichen) steht.

Aufgabe 3: Berechnen Sie mit der Methode zum Integrieren rationaler Funktionen, die in der Vorlesung beschrieben wurde, die Integrale

a) $\int \frac{2x-1}{x^2+x-6} \, dx,$ b) $\int \frac{2x-1}{x^2-2x+2} \, dx.$

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

konvergiert. Vergleichen sie dazu $\sum_{n=2}^N \frac{1}{n^2}$ mit einem geeigneten Integral.