Übungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2013**
Blatt 4 **30.04.2013**

Aufgabe 1: Bestimmen Sie das Polynom $p(x)$ dritten Grades, das die folgenden Werte annimmt:

x_i	0	1	3	4
y_i	2	4	5	10

a) Bestimmen Sie das gesuchte Polynom $p(x)$ über ein lineares Gleichungssystem.

b) Bestimmen Sie das gesuchte Polynom $p(x)$ unter Benutzung von Lagrange-Polynomen.

c) Wie ändert sich $p(5)$, wenn $y_2 = 5{,}02$ statt $y_2 = 5$ gesetzt wird?

Aufgabe 2: Bestimmen Sie ein quadratisches Polynom $p(x)$, das in 0, $\frac{\pi}{2}$ und π mit $f(x) = \sin x$ übereinstimmt.
Rechnen Sie den Fehler $|f(x) - p(x)|$ in $x = \frac{\pi}{4}$ explizit aus.

Aufgabe 3: Gegeben sei eine stetige Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, die wir auf dem Definitionsbereich numerisch integrieren wollen. Dazu teilen wir das Intervall $[0,1]$ in vier gleichgroße Teilintervalle $[x_i, x_{i+1}]$ mit $x_i = \frac{i}{4}$ auf und approximieren f auf jedem Teilintervall durch eine affine Funktion.

a) Berechnen Sie die Integrale der Lagrangepolynome über die Teilintervalle. (Welche Integrale müssen gleich sein?)

b) Bestimmen Sie basierend darauf eine numerische Integrationsformel.

Aufgabe 4: Berechnen Sie $\int_0^1 (x^3+3x^2-x+1)\,dx$ einmal direkt und einmal numerisch mit Hilfe der Kepler'schen Fassregel

$$K_f := \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) ,$$

wobei $a = 0$, $b = 1$ und $f(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1$ ist.