

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie durch geschachtelte Integration

- a) den Flächeninhalt des Einheitsdreiecks, d.h. des Dreiecks mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,
- b) das Volumen des Einheitstetraeders, d.h. des Tetraeders mit den Eckpunkten  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ .

**Aufgabe 2:** Betrachten Sie das Sechseck, das durch die Punkte  $P_1 = (2, -1)$ ,  $P_2 = (0, -2)$ ,  $P_3 = (-2, -1)$ ,  $P_4 = (-2, 1)$ ,  $P_5 = (0, 2)$  und  $P_6 = (2, 1)$  gegeben ist. Die eingeschlossene Fläche bezeichnen wir mit  $H$ . Berechnen Sie die Fläche (das zweidimensionale Volumen) von  $H$ .

**Aufgabe 3:** Berechnen Sie das Volumen des von den folgenden Flächen begrenzten Körpers

$$x + y + z = 6, \quad x = 0, \quad z = 0, \quad x + 2y = 4,$$

indem Sie das Volumen als Dreifachintegral schreiben.

**Aufgabe 4:** Berechnen Sie das Volumen des Volltorus, der durch Rotation der Kreisscheibe

$$K = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 0, (x - b)^2 + z^2 \leq a^2 \}$$

mit  $0 < a < b$  um die  $z$ -Achse entsteht.

**Tipp:** Bei einem Integranden der Form  $\sqrt{a^2 - z^2}$  und Integration in der Variablen  $z$  bietet sich die Substitution  $z := a \sin(t)$  an.