

**Aufgabe 35:** Betrachten Sie die Gleichungen:

$$h(x, y, z) := y^2 + z^2 - 4 = 0,$$

$$g(x, y, z) := x + y - 1 = 0,$$

$$\mathbf{f}(x, y, z) := \begin{pmatrix} h(x, y, z) \\ g(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine geometrische Interpretation der Situation an. Welche Figuren schneiden sich hier? Was ist die Schnittmenge dieser Figuren? Beschreiben Sie die Schnittmenge vollständig und geben Sie den Tangentialraum an.

**Tipp:** Fertigen Sie eine Skizze der Situation an!

**Aufgabe 36:** Bestimmen Sie denjenigen Punkt  $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$  auf dem Rotationshyperboloid  $H := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0\}$ , der vom Punkt  $(1, -1, 0)$  den kleinsten Abstand hat.

**Aufgabe 37:** a) Bestimmen Sie das Maximum der Funktion  $f(x, y, z) := x^2 y^2 z^2$  unter der Nebenbedingung  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

b) Folgern Sie die Ungleichung

$$\sqrt[3]{abc} \leq \frac{a + b + c}{3}$$

zwischen dem geometrischen Mittel  $\sqrt[3]{abc}$  und dem arithmetischen Mittel  $\frac{a+b+c}{3}$ , welche für alle nichtnegativen  $a, b, c \in \mathbb{R}$  gilt.