

Aufgabe 1: Berechnen Sie folgende Integrale mit Hilfe partieller Integration:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int_0^{\pi} e^x \sin(3x) dx, & \text{b) } & \int_0^{\pi} \sin^4 x dx, \\ \text{c) } & \int_{-\pi}^{\pi} \sin^5 x dx, & \text{d) } & \int_0^{\pi} \sin^2 x \cos^2 x dx. \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int \sin(2x) dx = (\sin x)^2 & \text{ja } & \square & \text{nein } & \square \\ \text{b) } & \int \cos^2(x) + \sin^2(x) dx = x & \text{ja } & \square & \text{nein } & \square \\ \text{c) } & \int 2x \cos x dx = \sin(x^2) & \text{ja } & \square & \text{nein } & \square \\ \text{d) } & \int x \cdot e^x dx = x - e^x & \text{ja } & \square & \text{nein } & \square \\ \text{e) } & \int \sin(2x) dx = \frac{1}{2} \cos(2x) & \text{ja } & \square & \text{nein } & \square \end{aligned}$$

Aufgabe 3: Betrachten Sie die beiden Funktionen

$$\begin{aligned} \gamma(t) & := \begin{pmatrix} r \cos t \\ r \sin t \\ ht \end{pmatrix} \quad \text{und} \\ d(x_1, x_2, x_3) & := \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

wobei h, r positiv seien und $0 \leq t \leq 6\pi$ gelte. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$f(t) := d(\gamma(t))$$

- direkt, d. h. indem Sie zuerst $f(t)$ berechnen und danach $f'(t)$.
- mit Hilfe der Kettenregel.
- Beschreiben Sie die durch $\gamma(t)$ gegebene Kurve im \mathbb{R}^3 und skizzieren Sie diese Kurve.

Aufgabe 4: Gegeben seien die Funktionen

$$f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto f(x, y) = \begin{pmatrix} x^2y + 2x \\ x^3 - 2y^2x \end{pmatrix},$$
$$g : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto g(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \ln(1 + y^2) + z \\ \cos(zx) + y \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, falls existent die Jacobimatrix $D(f \circ g)(2, 0, 0)$.

Die Übungsblätter, Musterlösungen und das Skript in der jeweils aktuellen Fassung finden Sie auch auf der Webseite zur Vorlesung:

<http://numod.ins.uni-bonn.de/teaching/ss12/ingmath2/>