Aufgabe 5: Gegeben sei ein Dreieck mit den Eckpunkten $a_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $a_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $a_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die baryzentrischen Koordinaten der Punkte $p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4{,}6 \end{pmatrix}$ und $p_2 = \begin{pmatrix} 3{,}7 \\ 2{,}1 \end{pmatrix}$ bezüglich dieses Dreiecks. Liegen p_1 bzw. p_2 im Innern dieses Dreiecks?

Aufgabe 6:

a) Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Taylor, dass

$$\lim_{h \to 0} \frac{(-f(x_0 + 2h) + 4f(x_0 + h) - 3f(x_0))}{2h} = f'(x_0)$$

gilt, für jede zweimal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

b) Zeigen Sie, dass mit der Differenzenquotienten - Formel aus a) Polynome vom Grad 2 exakt differenziert werden.

Aufgabe 7:

a) Bestimmen Sie nach Hermite das Polynom $p(x)$ fünften Grades, das die folgenden Werte annimmt:

x_i	0	1
p_i	0	0
p'_i	0	1
p''_i	0	-1

Setzen Sie dazu

$$p(x) = Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F$$

an, stellen das zugehörige Gleichungssystem auf und lösen es.

b) Wie lauten zu dieser Interpolationsaufgabe die beiden tatsächlich benötigten Hermite-Basisfunktionen? Berechnen Sie damit erneut die Lösung zu Aufgabenteil a).