

Aufgabe 15: Geben Sie die zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 6 & 0 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

gehörende Diagonalmatrix D , d.h. $A = UDU^T$ mit $U^T = U^{-1}$ an. Berechnen Sie die Spur und die Determinante von A und D sowie die Eigenvektoren der Matrix A .

Aufgabe 16: Gegeben ist das Skalarprodukt

$$g(v, w) = \int_0^{2\pi} v(x)w(x) dx$$

auf dem Raum der stetigen Funktionen auf dem Intervall $[0, 2\pi]$. Man zeige, dass die Funktionen 1 , $\cos(x)$ und $\cos(2x)$ richtig skaliert ein ON-System bilden. Was ist die Skalierung?

Tipp: $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

Aufgabe 17: Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}, \quad a, b > 0$$

mittels Rayleigh-Quotienten.

Aufgabe 18: Bestimmen Sie die Hauptachsen der Ellipse

$$ax^2 + 2bxy + ay^2 = 1, \quad a > b > 0.$$