



# Wissenschaftliches Rechnen II

Sommersemester 2013  
Prof. Dr. Burstedde  
Patrick Diehl



## Übungsblatt 3. Abgabe am **Dienstag (07.05.2013)** vor der Vorlesung.

### Aufgabe 7. (Neumannrandbedingungen [4 Punkte])

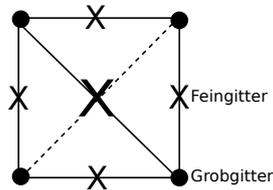
In der Poissonsgleichungen werden die unteren und oberen Randbedingungen als Neumannrandbedingungen  $\partial u / \partial \nu$  gesetzt. Zeigen Sie, dass dies für den unteren Rand zu folgendem Stencil führt:

$$\begin{bmatrix} & -1 & \\ -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ & & \end{bmatrix}_*$$

Geben Sie den Stencil für die linke untere Ecke an.

### Aufgabe 8. (Prolongation [8 Punkte])

Betrachten Sie die Matrix  $RA_hP$  mit  $R = P^T$ , wenn sie für die Prolongation für den Feingitterwert den Mittelwert aus den zwei bzw. vier direkten Nachbarn nehmen. Die Abbildung zeigt die Knoten auf dem Grobgitter als Kreise und die zu interpolierenden Werte auf dem Feingitter als X. Die gestrichelte Linie dient als Hilfslinie für die vier direkten Nachbarn.



### Aufgabe 9. (Kostenanalyse [8 Punkte])

Berechnen Sie für den V-Zyklus  $V(\nu_1, \nu_2)$  in  $\mathbb{R}^d$  die Anzahl an Operationen in Abhängigkeit des Levels  $l$   $\#Op(l)$ . Treffen Sie folgende Annahmen:

1. Auf dem größten Level wird keine Arbeit verrichtet.
2. Operationen  $M \cdot x$  liegen in  $\mathcal{O}(n)$ .
3. Die Anzahl an Operationen für einen Glättungsschritt, Interpolation und Prolongation sei jeweils  $N_l$ .

Die Kosten belaufen sich auf  $\#Op(l) = c \cdot \mathcal{O}(N_l)$ . Bestimmen Sie  $c$ .