Wissenschaftliches Rechnen II

Sommersemester 2013
Prof. Dr. Burstedde
Patrick Diehl

Übungsblatt 6.

Abgabe am **Dienstag (11.06.2013) vor der Vorlesung**.

Aufgabe 19. (Bilinearform [5 Punkte])

Geben sei ein exakter lokaler Löser $a_i(u_i, v_i) = a(R_i^T u_i, R_i^T v_i)$ (2.4.21) zeigen Sie, dass folgendes gilt:

(a) $A_i = R_i A R_i^T$ (2.4.22)

(b) $a(P_i u, R_i^T v) = a(u, R_i^T v)$ (2.4.23)

(c) $P_i^2 = P_i$ (2.4.24)

Aufgabe 20. (Alternative linearisierte Akustikgleichung [10 Punkte])

Zeigen Sie, dass die linearisierte Akustikgleichung mit den Variablen $\tilde{\rho}$ Dichte und $\tilde{\rho u}$ Impuls

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_t + (\widetilde{\rho u})_x &= 0 \\ (\widetilde{\rho u})_t + (-u_0^2 + P'(\rho_0))\tilde{\rho}_x + 2u_0(\widetilde{\rho u})_x &= 0 \end{aligned}$$

in die gebräuchliche Version mit den Parametern p Druck und Geschwindigkeit u, da diese meistens direkt gemessen werden können, überführt werden kann

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t + u_0\tilde{p}_x + \rho_0 P'(\rho_0)\tilde{u}_x &= 0 \\ \rho_0\tilde{u}_t + \tilde{p}_x + \rho_0 u_0 \tilde{u}_x &= 0. \end{aligned}$$

Hinweis:
Beachten Sie, dass $q(x,t) = q_0 + \tilde{q}(x,t)$ gilt.

Aufgabe 21. (Advektionsgleichung [5 Punkte])

Leiten Sie die exakte Lösung für die Adevektionsgleichung $q_t + \overline{u}q_x = 0$ für $a < x < b$, mit einem konstantem, $\overline{u} < 0$, Randbedingungen $q(b,t) = g_1(t)$ und $t \geq t_0$, her. Für die initiale Bedingung gilt $q(x,0) = \mathring{p}(x)$ für $a < x < b$. Skizzieren Sie die Lösung für beispielhafte Werte.