Übungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2014**
Blatt 6 **13.05.2014**

Aufgabe 18: Berechnen Sie einen Näherungwert für $\frac{\pi}{4} = 0,7854\ldots$ durch numerische Approximation des Integrals $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$. Teilen Sie dazu das Intervall $[0,1]$ in vier Teilintervalle und verwenden für jedes Teilintervall dieselbe Quadraturformel, nämlich

a) die Trapezregel bzw.

b) die Keplersche Fassregel.

Vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 19: Berechnen Sie $\int_0^1 (x^3+3x^2-x+1)\,dx$ einmal direkt und einmal numerisch mit Hilfe der Kepler'schen Fassregel

$$K_f := \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) \,,$$

wobei $a = 0$, $b = 1$ und $f(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1$ ist.

Aufgabe 20: Berechnen Sie $\int_0^1 (x^3 + 3x^2 - x + 1)\,dx$ numerisch mit Hilfe der Gauss-Quadratur aus der Vorlesung. Berechnen Sie sowohl die 1-Punkt als auch die 2-Punkt Gauss-Quadratur (d.h. $n = 0$ und $n = 1$), wobei $a = 0$, $b = 1$ und $f(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1$ ist. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der exakten Lösung.

Aufgabe 21: Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `TrapezIntegration(a,b,h)`, welche das Integral über eine gegebene Funktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ mit der Trapezregel

$$T(h) = h\left(\frac{f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) + \frac{f(b)}{2}\right)$$

berechnet. Die Argumente `a,b` sind die Intervallgrenzen, `h` ist die Feinheit der Intervallzerlegung. Verwenden Sie bitte folgendes Programmgerüst:

```
function value = TrapezIntegration( a, b, h )
% Berechnet das Integral einer gegebenen Funktion
% mit der Trapezregel.
% Argumente a,b sind die Intervallgrenzen,
% h ist die Feinheit der Intervallzerlegung.

% Hilfsfunktion: Funktion f auswerten
function f = evaluateF( x )
  ...
end

% Hauptprogramm:
...

end
```

Testen Sie Ihr Programm mit der Funktion $f(x) = x^2$ auf dem Intervall $[a,b] = [0,1]$. Erstellen Sie eine Konvergenztabelle für die Gitterfeinheiten $h = 0.1, 0.05, 0.025, 0.0125, 0.00625$, d. h. berechnen Sie zu diesen Feinheiten den Fehler zwischen dem berechneten und dem exakten Wert des Integrals.