

Aufgabe 38: Welche der folgenden Aussagen sind richtig für die Differentialgleichung

$$\dot{y} = y^2?$$

- a) Durch die Vorgabe $y(a) = b$ ist eine Lösung lokal eindeutig bestimmt. ja nein
- b) Die Lösung zu der Vorgabe $y(0) = 1$ existiert für alle t . ja nein
- c) Die rechte Seite $f(y) = y^2$ genügt einer globalen Lipschitz-Bedingung in \mathbb{R}^2 . ja nein
- d) Die rechte Seite $f(y) = y^2$ genügt einer Lipschitz-Bedingung für $|y| < a$, mit festem $a > 0$. ja nein

Aufgabe 39: Lösen Sie das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= y_1(t) + y_2(t) \\ \dot{y}_2(t) &= y_1(t) + y_2(t)\end{aligned}$$

mit Anfangswerten $y_1(0) = y_2(0) = 1$ mit Hilfe von Diagonalisierung.

Aufgabe 40: Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y} = y,$$

- a) mit der Anfangsbedingung $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 1$,
- b) mit der Anfangsbedingung $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$,

indem Sie die Differentialgleichung umschreiben in ein (zugehöriges) Differentialgleichungssystem erster Ordnung, auf welches Sie dann das Picard-Lindelöf'sche Iterationsverfahren (Diagonalisierung) anwenden.

Aufgabe 41: Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}\dot{y} &= 1 + y^2, \\ y(0) &= a,\end{aligned}$$

wobei $a \in \mathbb{R}$ beliebig ist.