Anwesenheitsübungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2016**
Blatt 1 **20./21.04.2015**

Aufgabe 1:

a) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ richtungsdifferenzierbar in allen Richtungen x_i, $i = 1, \dots n$ ist, dann ist f total differenzierbar. ja ☐ nein ☐

b) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar ist, dann ist f richtungsdifferenzierbar in allen Richtungen x_i, $i = 1, \dots n$. ja ☐ nein ☐

c) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar ist, dann ist die Jacobimatrix $A \in \mathbb{R}^{n,1}$ ein Spaltenvektor. ja ☐ nein ☐

d) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar ist, dann ist die Jacobimatrix $A \in \mathbb{R}^{1,n}$ ein Zeilenvektor. ja ☐ nein ☐

e) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar ist, dann ist die Jacobimatrix $A = 0$. ja ☐ nein ☐

f) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar ist, dann enthält die Jacobimatrix die partiellen Ableitungen. ja ☐ nein ☐

g) Wenn $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ total differenzierbar ist, dann steht in der Jacobimatrix an einer Stelle h und an allen anderen 0. ja ☐ nein ☐

Lösung:

a) Nein!

b) Ja!

c) Nein!

d) Ja!

e) Nein!

f) Ja!

g) Nein!

Aufgabe 2: Gegeben seien die Funktionen

$$f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2 \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto f(x,y) = \begin{pmatrix} x^2y + 2x \\ x^3 - 2y^2x \end{pmatrix},$$

$$g : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2 \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto g(x,y,z) = \begin{pmatrix} x\ln(1+y^2) + z \\ \cos(zx) + y \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, falls existent, die Jacobimatrix $D(f \circ g)(2,0,0)$ mit Hilfe der Kettenregel.

LÖSUNG: Zunächst ist $g(2,0,0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Weiterhin sind alle Funktionen stetig differenzierbar. Damit existiert die Ableitung und mit der Kettenregel erhalten wir

$$Df = \begin{pmatrix} 2xy+2 & x^2 \\ 3x^2-2y^2 & 4xy \end{pmatrix}, \quad Dg = \begin{pmatrix} \ln(1+y^2) & \frac{2xy}{1+y^2} & 1 \\ -z\sin(xz) & 1 & -x\sin(xz) \end{pmatrix}$$

Durch Einsetzen der Werte und die Matrixmultiplikation erhalten wir

$$D(f \circ g)(2,0,0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$