

Aufgabe 5: Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

- a) $\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x \, dx = 0$ ja nein
- b) $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+x^2} \, dx = 0$ ja nein
- c) $\int_{-1}^1 \frac{x^3}{1+x^2} \, dx = 0$ ja nein
- d) $\int_{-\pi}^{\pi} x^3 \cos x \, dx = 0$ ja nein
- e) $\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1+x^2} \sin x \, dx = 0$ ja nein

Hinweis: Veranschaulichen Sie sich die zu integrierenden Funktionen und deren Symmetrieeigenschaften. Es ist nicht sinnvoll, die Integrale jeweils explizit auszurechnen.

Aufgabe 6: Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

konvergiert. Vergleichen sie dazu $\sum_{n=2}^N \frac{1}{n^2}$ mit dem Integral $\int_1^N \frac{1}{x^2} dx$.

Aufgabe 7: Berechnen Sie die Integrale:

- a) $\int \frac{2x}{x^2+5} \, dx$,
- b) $\int \frac{1}{4+9x^2} \, dx$,
- c) $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x \cos x}{1+\cos^2 x} \, dx$

Tipp: a), b) mit Substitutionsregel, bei c) betrachten Sie die Ableitung von $1 + \cos^2 x$.