

**Aufgabe 9:** Berechnen Sie folgende Integrale mit Hilfe partieller Integration:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int_0^{\pi} e^x \sin(3x) dx, & \text{b) } & \int_0^{\pi} \sin^4 x dx, \\ \text{c) } & \int_{-\pi}^{\pi} \sin^5 x dx, & \text{d) } & \int_0^{\pi} \sin^2 x \cos^2 x dx. \end{aligned}$$

**Aufgabe 10:** Berechnen Sie die Integrale:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int_0^{\pi} \sin x \cos x dx \\ \text{b) } & \int_0^1 \frac{(1-x)^2}{1+x^2} dx \\ \text{c) } & \int_0^1 x^2 e^x dx \end{aligned}$$

**Aufgabe 11:** Berechnen Sie mit der Methode zum Integrieren rationaler Funktionen, die in der Vorlesung beschrieben wurde, die Integrale

$$\text{a) } \int \frac{2x-1}{x^2+x-6} dx, \quad \text{b) } \int \frac{2x-1}{x^2-2x+2} dx.$$

**Aufgabe 12:** Zwischen geographischer Breite  $B$  und reduzierter Breite  $\beta$  besteht der Zusammenhang

$$\beta = \arctan(\sqrt{1-\varepsilon^2} \tan B),$$

wobei  $\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$  die numerische Exzentrizität des Erdellipsoids mit Halbachsen  $a$  und  $b$  ist.

Entwickeln Sie die Differenz  $\beta - B$  nach  $\varepsilon$  mit einem Fehlerterm  $O(\varepsilon^4)$ .

**Anleitung:** Betrachten Sie den Zusammenhang als Verkettung zweier Funktionen

$$\begin{aligned} \beta(w) &= \arctan(w), \\ w(\varepsilon) &= \sqrt{1-\varepsilon^2} w_0, \\ w_0 &= \tan B = w(0). \end{aligned}$$

- Entwickeln Sie  $\beta(w)$  um  $w_0$  bis zum Fehlerterm  $O(|w - w_0|^2)$ .
- Entwickeln Sie  $w(\varepsilon)$  um den Punkt 0 bis  $O(\varepsilon^4)$ .
- Setzen die beiden Entwicklungen zusammen, um eine Darstellung von  $\beta - B = \beta(w(\varepsilon)) - \beta(w_0)$  zu erhalten.