

Aufgabe 17: Berechnen Sie die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen in \mathbb{C} . Geben Sie beide Lösungen in der Form $x = a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

a) $x^2 + (1 - 3i)x - 2 - 2i = 0$

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}i = 0$

Tipp: $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Aufgabe 18: Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

a) $e^{i\frac{\pi}{2}} = -i$. ja nein

b) $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$. ja nein

c) $e^{i\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{i}$. ja nein

d) $e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{i}$. ja nein

e) $e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}(1 + i)$. ja nein

Aufgabe 19: Beweisen Sie: Bei einem Polynom mit reellen Koeffizienten treten echt komplexe Nullstellen immer als konjugierte Paare auf, d.h. falls $p(z) = 0$ dann auch $p(\bar{z}) = 0$.

Tipp: Beweisen Sie $p(\bar{z}) = \overline{p(z)}$ und folgern Sie daraus die Behauptung. Was ist \bar{r} für $r \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 20: Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$z^4 = -16.$$

Aufgabe 21: Skizzieren Sie die Lösungen der Gleichung

$$z^k = 1 \quad \text{für} \quad k = 2, 4, 8$$

in \mathbb{C} . Wie sehen alle Lösungen der Gleichung

$$z^k = 1, \quad k \in \mathbb{N}$$

in \mathbb{C} aus?