Aufgabe 17: Welche der folgenden Funktionen lassen sich an der Stelle $x = 1$ stetig ergänzen, welcher Funktionswert ergibt sich:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, \qquad \text{b) } g(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1},$$

$$\text{c) } h(x) = \frac{x^2 - 5}{(x-1)^2}, \qquad \text{d) } k(x) = \frac{2x - 2}{|2x - 2|}.$$

Aufgabe 18: Bestimmen Sie Supremum und Infimum der folgenden Mengen:

a) $A = \{x \mid -2 < x \leq 5\}$,

b) $B = \{x \mid x^2 < 5\}$,

c) $C = \{x \mid 3 \leq 2x + 5 \leq 8\}$.

Welche Mengen haben ein Maximum bzw. ein Minimum? Schreiben Sie die Mengen jeweils als Intervall.

Aufgabe 19: Berechnen Sie die ersten Ableitungen:

a) $p(x) = x^4 - 9x^2 + 4x + 12$, b) $q(u) = (u^2 - 5)^8$,
c) $r(z) = \frac{\sqrt{z^2-1}}{\sqrt{z^2+1}}$, d) $e_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$.

Aufgabe 20: Die Funktionen $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ seien stetig differenzierbar. Zeigen Sie durch vollständige Induktion die Formel (Produktregel für n - Faktoren):

$$\begin{aligned}(f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_n)' &= f_1' \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_n \\ &\quad + f_1 \cdot f_2' \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_n + \ldots \\ &\quad + f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot \dots \cdot f_{n-1} \cdot f_n'.\end{aligned}$$

Tipp: Wie lautet die Formel für $n = 3$ und wie kann sie auf den Fall $n = 2$ zurückführen? Der Induktionsschritt im allgemeinen Fall läßt sich dann entsprechend durchführen.

Die Übungsblätter, Musterlösungen und das Skript in der jeweils aktuellen Fassung finden Sie auch auf der Webseite zur Vorlesung:

`http://numod.ins.uni-bonn.de/teaching/ws12/ingmath1/`