Übungen zur Ingenieur-Mathematik III **WS 2012/13**
Blatt 7 **28.11.2012**

Aufgabe 27: a) Berechnen Sie die kritischen Punkte der Funktion

$$f_\alpha(x, y) = x^3 - y^3 + 3\alpha xy$$

in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und entscheiden Sie jeweils, ob ein Maximum, Minimum oder Sattelpunkt vorliegt.

b) Bestimmen Sie die lokalen Maxima und Minima der durch

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

gegebenen Funktion.

Aufgabe 28: Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \sin(x)\cos(y)$$

und finden Sie im Intervall $[0, 2\pi) \times [0, 2\pi)$ Minima, Maxima und Sattelpunkte von f.

Aufgabe 29: Sei $x_0 \in \mathbb{R}^3$ und

$$Z = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 = 1\}.$$

Finden Sie $x_Z \in \mathbb{Z}$, so dass

$$\|x_0 - x_Z\| \leq \|x_0 - x\|$$

für alle $x \in Z$.

a) Stellen Sie x_0 und ein beliebiges $x \in Z$ in Zylinderkoordinaten dar.

b) Geben Sie den Abstand $\|x_0 - x\|^2$ als Funktion $d(\varphi, z)$ an.

c) Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion $d(\varphi, z)$.

d) Berechnen Sie die Hessematrix von $d(\varphi, z)$.

e) Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $d(\varphi, z)$.

Aufgabe 30: Finden Sie den Quader mit Kantenlängen $a, b, c > 0$ und

$$4(a + b + c) = 1\,,$$

das maximale Volumen abc hat.
Tipp: Schreiben Sie c als Funktion von a,b und betrachten das Volumen als Funktion von nur zwei Variablen.