

Aufgabe 31: Sei A eine $n \times n$ -Matrix, $b \in \mathbb{R}^n$ und $\det A \neq 0$. Weisen Sie nach, dass die Funktion

$$f(x) := \|Ax\|^2 - 2Ax \cdot b$$

genau einen Minimierer $x_0 \in \mathbb{R}^n$ hat.

Aufgabe 32: a) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : x \mapsto f(x) = \cos(x)$$

die Taylor-Entwicklung an der Stelle $x_0 = \frac{\pi}{2}$ mit Restglied $O(|x - x_0|^{2n})$.

b) Bestimmen Sie für die Funktion

$$g : (x, y) \mapsto g(x, y) = \cos(x) \cos(y)$$

die Taylor-Entwicklung an der Stelle $(x_0, y_0) = (0, 0)$ mit Restglied der Ordnung 3.

Aufgabe 33: Sei $a \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \|x - a\|$ nach Taylor an der Stelle x_0 bis einschließlich Terme zweiter Ordnung.

Aufgabe 34: Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \cos(x) + \sin(2y)$$

und finden Sie im Intervall $(0, 2\pi) \times (0, 2\pi)$ Minima, Maxima und Sattelpunkte von f .