

Bitte Namen, Vornamen und Matrikel-Nr. einsetzen.

Name:

Vorname:

Matrikel-Nr.:

Aufgabe:	1	2	3	\emptyset
Note:				

Jede Aufgabe wird mit A (gut), B (ausreichend) oder C (nicht ausreichend) bewertet.
Die Gesamtnote ergibt sich als Durchschnitt der Einzelnoten.

Aufgabe 1: Sei $z \in \mathbb{C}$ eine komplexe Zahl.

a) Sei

$$z = a + ib \quad \text{mit} \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Wie ist die komplex konjugierte Zahl \bar{z} definiert?

b) Sei

$$z = re^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad r, \varphi \in \mathbb{R}.$$

Geben Sie \bar{z} und $z\bar{z}$ in dieser Form an.

c) Sei

$$z = a + ib \quad \text{mit} \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Geben Sie $\frac{1}{z}$ in dieser Form an.

d) Zeichnen Sie die Menge

$$\{e^{i\varphi} \mid \varphi \in \mathbb{R}\}$$

in der komplexen Ebene.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass die Menge

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{3}yz + 4z^2 = 1 \right\}$$

ein Ellipsoid ist, indem Sie (mittels Hauptachsentransformation) Richtung und Länge der Halbachsen angeben.

Aufgabe 3: a) Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

b) Bestimmen Sie eine orthogonale Matrix \mathbf{Q} , so dass $\mathbf{Q}^T \mathbf{A} \mathbf{Q}$ eine Diagonalmatrix ist. Ist \mathbf{A} positiv definit?