Aufgabe 27: Betrachten Sie einen durch

$$x(\phi, h) = \begin{pmatrix} h\cos\phi \\ h\sin\phi \\ h \end{pmatrix}$$

mit $\phi \in [0, 2\pi)$ und $h \in (0, 1]$ parametrisierten Kegel.
In welchem Winkel schneiden sich die "Breitenkreise"

$$b : [0, 2\pi) \to \mathbb{R}^3 : \quad b(t) = x(t, h_0) \qquad \text{für festes } h_0 \in (0, 1]$$

mit den "Meridianen"

$$m : (0, 1] \to \mathbb{R}^3 : \quad m(t) = x(\phi_0, t) \qquad \text{für festes } \phi_0 \in [0, 2\pi)?$$

Tipp: Verwenden Sie die Metrik.

Aufgabe 28: Betrachten Sie einen durch

$$x(\phi, h) = \begin{pmatrix} h\cos\phi \\ h\sin\phi \\ h \end{pmatrix}$$

mit $\phi \in [0, 2\pi)$ und $h \in (0, H]$ parametrisierten Kegel.
Berechnen Sie die Oberfläche des Kegels (abhängig von H).

Aufgabe 29: Betrachten Sie die Fläche $\mathcal{S}$, welche durch $x : \Omega \to \mathbb{R}^3$ mit

$$x(v, w) = \begin{pmatrix} (R + r\cos w)\,\cos v \\ (R + r\cos w)\,\sin v \\ r\,\sin w \end{pmatrix},$$

und $\Omega := [0, 2\pi]^2$ parametrisiert (mit Radii $R > r > 0$).
Berechen Sie den Flächeninhalt von $\mathcal{S}$.

Aufgabe 30: Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von der Kurve

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 2\cos t + \cos 2t \\ 2\sin t - \sin 2t \end{pmatrix},$$

$0 \le t \le 2\pi$ eingeschlossen wird.
Tipp:

$$\cos t \cos 2t = \frac{1}{4}(e^{3it} + e^{-3it} + e^{it} + e^{-it}) = \frac{1}{2}(\cos 3t + \cos t)$$