



Numerical Algorithms

Winter Semester 2014/2015
Dozent: Prof. Dr. Beuchler
Assistent: Katharina Hofer



Aufgabenblatt 4.

Abgabedatum **Theorie: 4.11.2014.**

1. **Theoriebeispiel. [4 Punkte.]** Man betrachte das Referenzdreieck mit den Knoten $V_1 = (-1, -1)$, $V_2 = (1, -1)$, $V_3 = (0, 1)$. Die Basisfunktionen dieses Dreiecks seien gegeben durch:

$$\varphi_{ij}(x, y) = \hat{p}_i^0 \left(\frac{2x}{1-y} \right) \left(\frac{1-y}{2} \right)^i \hat{p}_j^{2i-1}(y) \quad i \geq 2, j \geq 1.$$

Gib an wie man die Matrix M in $\mathcal{O}(p^5)$ flops mittels exakter numerischer Integration aufstellen kann, wobei die Einträge der Matrix gegeben sind durch

$$M_{ij,kl} = \int_{\hat{T}} \varphi_{ij}(x, y) \varphi_{kl}(x, y) dx dy.$$

2. **Theoriebeispiel. [6 Punkte.] Isoparametrische Abbildung:** Sei $\hat{T} = [-1, 1]^2$ das Referenzelement und T das Element das durch die Knoten $V_1 = (0, -2)$, $V_2 = (1, 0)$, $V_3 = (0, 1)$, $V_4 = (-2, 0)$ gegeben ist. Die Kante e_2 zwischen den Knoten V_2 und V_3 ist durch den Teil des Kreises durch den Ursprung $(0, 0)$ mit Radius 1 gegeben. Die restlichen Kanten sind Geraden.
- Berechne die Parametrisierung der durch den Kreis gegeben Kurve auf der Kante e_2 in der Bogenlänge.
 - Gib eine geeignete Abbildungsvorschrift vom Referenzelement \hat{T} auf das Element T an.
 - Berechne die in der Abbildungsvorschrift notwendige Parametrisierung der Kurve auf Kante e_2 für den Polynomgrad $p = 3$. (Hinweis: Interpoliere die Parametrisierung und verwende als Stützstellen die Gauss-Lobatto-Punkte).