Übungen zur Analysis in mehreren Veränderlichen

Universität Bonn, Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. Carsten Burstedde
Stand: 19. Januar 2017

Blatt 12

Ausgabe: 19.1.2017
Abgabe: 26.1.2017

Aufgabe 40 (2+3 Punkte). *1. Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetig und*

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{||x||} = 0. \tag{12.1}$$

Zeigen Sie, daß $f(0) = 0$.

2. *Geben Sie drei stetige Funktionen mit $f(0) = 0$ an, wobei der obige Grenzwert bei einer Null ist, bei der zweiten nicht Null und bei der dritten nicht existiert.*

Aufgabe 41 (5 Punkte). *Zeigen Sie, daß die Gleichung $xy + z + xz^5 = 2$ in der Nähe von $(1, 0, 1)$ für z als Funktion von (x, y) lösbar ist. Berechnen Sie $\frac{\partial z}{\partial x}$ und $\frac{\partial z}{\partial y}$ in $(1, 0)$.*

Aufgabe 42 (2+1+2 Punkte). *Sei $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 - 5z^2 - 1 = 0\}$ und $a = (2, -1, 1)$.*

1. *Berechnen Sie den Tangentialraum T_a von E in a.*
2. *Berechnen Sie den Normalraum N_a von E in a.*
3. *Wie ändern sich T_a und N_a, wenn Sie als Bedingung für E noch $z - a_3 = 0$ hinzunehmen?*

Aufgabe 43 (5 Punkte). *Schreiben Sie die Iterationsformel des Newtonverfahrens für das folgende Gleichungssystem aus mit der Angabe, in welchen Punkten $(x, y)_k$ sie wohldefiniert ist.*

$$x^2 + 2y^2 - 1/2 = 0, \tag{12.2a}$$
$$y^2 + 2/5 - x = 0. \tag{12.2b}$$