Übungen zur Analysis in mehreren Veränderlichen

Universität Bonn, Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. Carsten Burstedde
Stand: 3. November 2016

Blatt 3

Ausgabe: 03.11.2016
Abgabe: 10.11.2016

Aufgabe 7 (8 Punkte)**.** *Sei* $A \subset \mathbb{R}^n$*. Dann gilt:*

1. $A^\circ = \bigcup\{O \subset X : O$ *ist offen, und* $O \subset A\}$*;*
2. $\overline{A} = \bigcap\{C \subset X : C$ *ist abgeschlossen, und* $A \subset C\}$*;*
3. $A^\circ \subset A \subset \overline{A}$*;* $\overline{A} = \partial A \cup A^\circ$*;* $\partial A \cap A^\circ = \emptyset$*;*
4. A° *ist offen,* ∂A *und* $\overline{A}$ *sind abgeschlossen.*

Aufgabe 8 (4 Punkte)**.** *Es gilt* $\overline{A} = \{\bar{a} \in X :$ *es gibt eine Folge* $a : \mathbb{N} \to X$*, so daß* $a_k \in A$ *für alle* k *und* $\lim_{k\to\infty} a_k = \bar{a}\}$*.*

Aufgabe 9 (8 Punkte)**.**

1. *Eine Folge* $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^n$ *konvergiert gegen* $a^* \in \mathbb{R}^n$ *genau dann, wenn für alle* $i = 1, \ldots, n$ *die Folge der* i*-ten Komponenten* $a_i : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ *gegen* a_i^* *konvergiert.*
2. *Seien* $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^n$*,* $b : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^n$*,* $c : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ *konvergente Folgen mit Grenzwerten* a^**,* b^**,* c^**. Dann:*
   (a) $a + cb : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^n$ *konvergiert, und* $\lim_{k\to\infty}(a_k + c_k b_k) = a^* + c^* b^*$*.*
   (b) $a \cdot b : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ *konvergiert, und* $\lim_{k\to\infty}(a_k \cdot b_k) = a^* \cdot b^*$*.*