

Aufgabe 12: Bestimmen Sie für $0 < r < R$ die Jacobi-Matrix der Funktion

$$f(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} (R + r \cos \theta) \cos \varphi \\ (R + r \cos \theta) \sin \varphi \\ r \sin \theta \end{pmatrix}.$$

Überlegen Sie sich, welches geometrische Objekt durch die Funktion beschrieben wird.

LÖSUNG: Es ist ein Torus, die Jacobi-Matrix ist

$$Df(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} -r \sin \theta \cos \varphi & -(R + r \cos \theta) \sin \varphi \\ -r \sin \theta \sin \varphi & (R + r \cos \theta) \cos \varphi \\ r \cos \theta & 0 \end{pmatrix}.$$