Aufgabe 1: Implementieren Sie das Newton-Verfahren in MATLAB für die Funktion

$$f(x) = 2(x^2 - 1)^2 - 1.$$

Das Programm wird mit einem Startwert x_0 aufgerufen, und die Nullstelle soll mit einer durch precision gegebenen Genauigkeit berechnet werden. In der eigentlichen Newton-Iteration sollen die Funktionen evaluateF und evaluateDF aufgerufen werden, um die Funktion f und ihre Ableitung f' auszuwerten. Die gefundene Nullstelle wird anschließend in xNew gespeichert.

Suchen Sie anschließend geeignete Startwerte x_0 um alle vier Nullstellen von f zu finden.

LÖSUNG:

```
function xNew = Newton( x0 )
% Sucht Nullstelle mit dem Newton-Verfahren.
% Argument x0 ist der Startwert.
% Hilfsfunktion: Funktion f auswerten
function f = evaluateF( x )
  f = 2*(x*x-1)*(x*x-1) - 1;
end
% Hilfsfunktion: Ableitung f' auswerten
function f = evaluateDF( x )
  f = 8*(x*x-1)*x;
end
% Hauptprogramm:
% Die eigentliche Iteration
precision = 1e-3;
                         % Genauigkeit der Nullstelle
xNew = x0
while abs( evaluateF(xNew) ) > precision
  xNew = xNew - evaluateF( xNew ) / evaluateDF( xNew )
end
end
```

Geeignete Startwerte um die vier Nullstellen zu bestimmen sind z.B.: -0.75, -1.5, 0.75, 1.5

Aufgabe 2: (Preisaufgabe) Beim Newtonverfahren zur Berechnung der Nullstelle π der Sinusfunktion $\sin(x)$ kann es im Intervall $(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi)$ zu einer Oszillation kommen. Darunter verstehen wir die Existenz eines $x_0 \in \mathbb{R}$, so dass $x_{2k} = x_0$ und $x_{2k+1} = x_1$ für alle $k \in \mathbb{N}$ gelten. Berechnen Sie numerisch x_0 und $x_1!$

Preis für die erste korrekte Lösung: Eine gute Flasche Rotwein.