Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 19/20
Prof. Dr. J. Gedicke
Johannes Rentrop und Jannik Schürg

UNIVERSITÄT BONN

Übungsblatt 10.

Abgabedatum: **23.12.2019**

Aufgabe 1. (Perfekte Matchings)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph.

a) Sei G bipartit ($V = A \cup B$) mit $|\delta(v)| = k > 0$ für alle $v \in V$. Zeigen Sie, dass G ein perfektes Matching hat.

b) Entscheiden Sie, ob der Graph in Abbildung 1 ein perfektes Matching enthält, und beweisen Sie Ihre Entscheidung.

c) Sei $|V| = 2k$ und $|\delta(v)| \geq k$ für alle $v \in V$. Zeigen Sie, dass G ein perfektes Matching hat.

   Hinweis: Betrachten Sie einen maximalen Weg und konstruieren Sie damit einen Hamiltonkreis[1].

(2+3+7 Punkte)

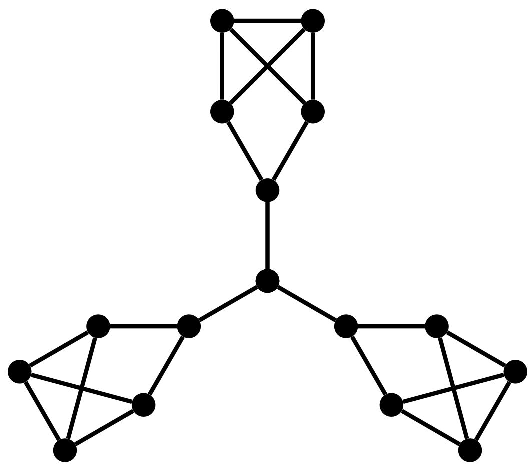

Abbildung 1: Ein Graph, der wie eine Windmühle aussieht.

Aufgabe 2. Sei $G = (V, E)$ ein einfacher, bipartiter Graph. Spielen Sie folgendes Spiel mit dem nächsten Menschen den Sie sehen: Zunächst wählen Sie einen Knoten v_1, dann ihr Gegenüber einen zu v_1 adjazenten aber noch nicht zuvor gewählten Knoten v_2. Dann wählen Sie einen Nachbarn von v_2, der noch nicht gewählt wurde, und so weiter. Gewonnen hat, wer zuletzt einen Knoten wählen konnte. Charakterisieren Sie die Graphen G, bei denen Sie gegen einen perfekten Spieler gewinnen können und zeigen Sie dies, indem Sie eine optimale Strategie angeben.

(4 Punkte)

[1] Ein Kreis, der alle Knoten enthält.

Aufgabe 3. (Netzwerke)

Geben Sie für den Graphen in Abbildung 2 einen maximalen Fluss an. Zeigen Sie, dass ihr Fluss tatsächlich maximal ist.

Wir empfehlen, dass Sie zu Übungszwecken den Ford-Fulkerson-Algorithmus anwenden.

(4 Punkte)

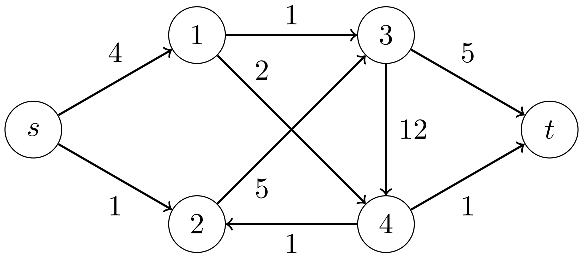

Abbildung 2: Ein Fluss-Netzwerk.