



Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 19/20
Prof. Dr. J. Gedicke
Johannes Rentrop und Jannik Schürg



Übungsblatt 8.

Abgabedatum: 09.12.2019

Aufgabe 1. (Kreise in Graphen)

Sei $G = (V, E, \psi)$ ein ungerichteter Graph mit $n := |V|$ und $m := |E|$.

- Sei $|\delta(v)| \geq 3$ für alle $v \in V$. Zeigen Sie, dass dann $m \geq \frac{3}{2}n$.
- Sei $n \leq 9$ und $|\delta(v)| \geq 3$ für alle $v \in V$. Zeigen Sie, dass dann ein Kreis mit Länge höchstens 4 existiert.
- Zeigen Sie, dass für $m \geq n + 4$ der Graph G zwei kantendisjunkte Kreise enthält und dass die Aussage nicht mehr stimmt für $m < n + 4$.

Hinweis: Führen Sie Induktion über n und nutzen Sie a) und b).

(1+3+6 Punkte)

Aufgabe 2. Sei $k > 1$ und $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit $|\delta(v)| \geq k$ für alle $v \in V$. Zeigen Sie, dass G dann einen Kreis der Länge $k + 1$ oder größer enthält.

Hinweis: Betrachten Sie einen Weg maximaler Länge.

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Zusammenhangskomponenten)

Betrachten Sie den Graphen aus Abbildung 1. Bestimmen Sie seine Zusammenhangskomponenten, indem Sie einmal die Breitensuche (BFS) und einmal die Tiefensuche (DFS) anwenden. Markieren Sie für jede Suche den gewählten Startknoten und die Reihenfolge, in der darauffolgende Knoten besucht werden (analog zu dem Beispiel aus der Vorlesung). Geben Sie für jeden Schritt den Zustand von Q an.

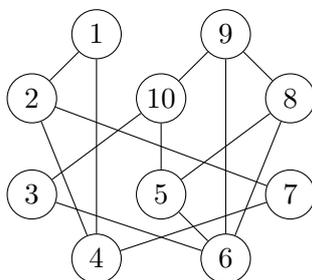


Abbildung 1: Ein ungerichteter Graph.

(3+3 Punkte)

Algorithmus 1 Tiefensuche

```
1: function DFS(Gerichteter Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $r \in V$ )
2:    $R \leftarrow \{r\}$  ▷ Bereits besuchte Knoten
3:    $Q \leftarrow \{r\}$  ▷ Stack mit Knoten von denen weitergesucht werden muss
4:   while  $Q \neq \emptyset$  do
5:     Wähle das neueste  $v \in Q$ 
6:     if es gibt  $(v, w) \in \delta^+(v)$  mit  $w \notin R$  then
7:        $R \leftarrow R \cup \{w\}$ 
8:        $Q \leftarrow Q \cup \{w\}$ 
9:     else
10:       $Q \leftarrow Q \setminus \{v\}$ 
```
