

# EINFÜHRUNG IN DIE GRUNDLAGEN DER NUMERIK

Institut für Numerische Simulation  
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Wintersemester 2014/2015

## ANALYTISCHER AUFGABEN-PROTOTYP

Seien  $L : V \rightarrow W$  und  $f \in W$  gegeben. Finde  $u \in V$ , so dass

$$Lu = f.$$

Wir suchen **exakte** Lösung in  $V$ .

**Kernfrage:** Existenz & Eindeutigkeit.

## NUMERISCHER AUFGABEN-PROTOTYP

Seien  $L : V \rightarrow W$  und  $f \in W$  gegeben. Finde  $u_N \in V_N (\subset V)$ , so dass

$$J(Lv_N - f) \rightarrow \min_{v_N \in V_N}$$

für ein  $J : W \rightarrow \mathbb{R}$ .

Wir suchen **näherungsweise** Lösung in einem Unterraum.

**Kernfrage:** Konstruktion & Güte

## ZENTRALE BEGRIFFE

$$Lu = f$$

- $u$  gesuchte **Lösung**
- $f$  gegebene **rechte Seite**
- $L$  Operator (des Problems)
- $V, W$  abstrakte Vektorräume
- $u_N$  Näherung, Approximante, Interpolante
- $(u_N - u)$  **Fehler**
- $(f - Lu_N)$  **Residuum**,  $(Lu_N - f)$  **Defekt**
- $J$  Funktional (des Verfahrens/Ansatzes)
- $V_N = \text{span}\langle \phi_{i,N} \rangle_{i=1}^N$
- $\phi_{i,N} \in V$  Basis von  $V_N$

$$J(Lv_N - f) \rightarrow \min_{v_N \in V_N}$$

# WAS MACHT MAN IN DER NUMERIK?

## ZENTRALE FRAGESTELLUNG

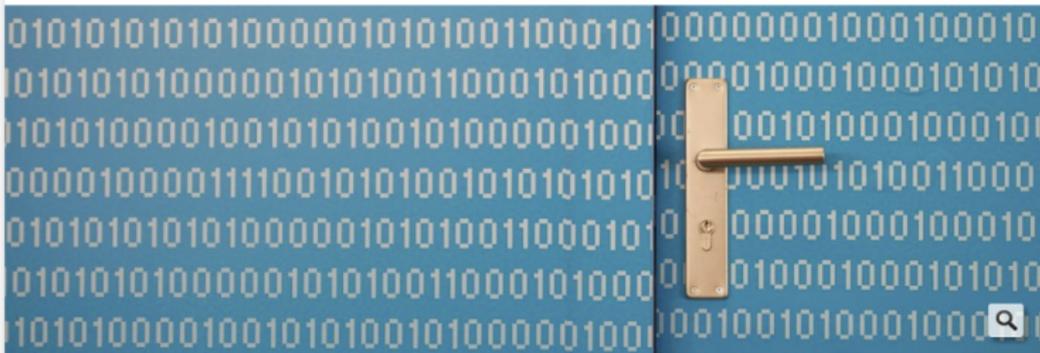
Zu gegebenem  $\epsilon > 0$ , finde **schnell** ( $\approx$  kleines  $N$ ) eine Näherung  $u_N$ , so dass der Fehler  $\|u_N - u\| < \epsilon$  für bestimmte Norm  $\|\cdot\|$  ( $\approx L, J$ ).

## TEILAUFGABEN

- Entwurf konstruktiver Berechnungs- und Näherungsverfahren
  - Rekonstruktion von Funktionen, Nullstellensuche, Eigenwertbestimmung, ...
- Analyse numerischer Verfahren
  - Genauigkeit, Verfahrenskomplexität (Speicher, Rechenzeit), ...
- Numerische Programmierung
  - Effiziente parallele Implementierung numerischer Algorithmen
- Mathematische Modellierung
  - Anwendungsproblem in mathematische Aufgabe umformulieren

18. Juli 2014 14:19 Bedeutung von Algorithmen

## Neue Weltsprache



Algorithmen sind wie Zahnräder. Sie greifen ineinander, setzen die Mechanik in Bewegung.  
(Foto: dpa)

**Algorithmen bestimmen über unseren Alltag und über die Welt, in der wir leben. Nur - wer weiß schon, was ein Algorithmus ist? Höchste Zeit also, dass wir uns mit ihnen beschäftigen. Die Gründe dafür gehen weit über den Ärger mit Google, Amazon und NSA hinaus.**

Von *Andrian Kreye*

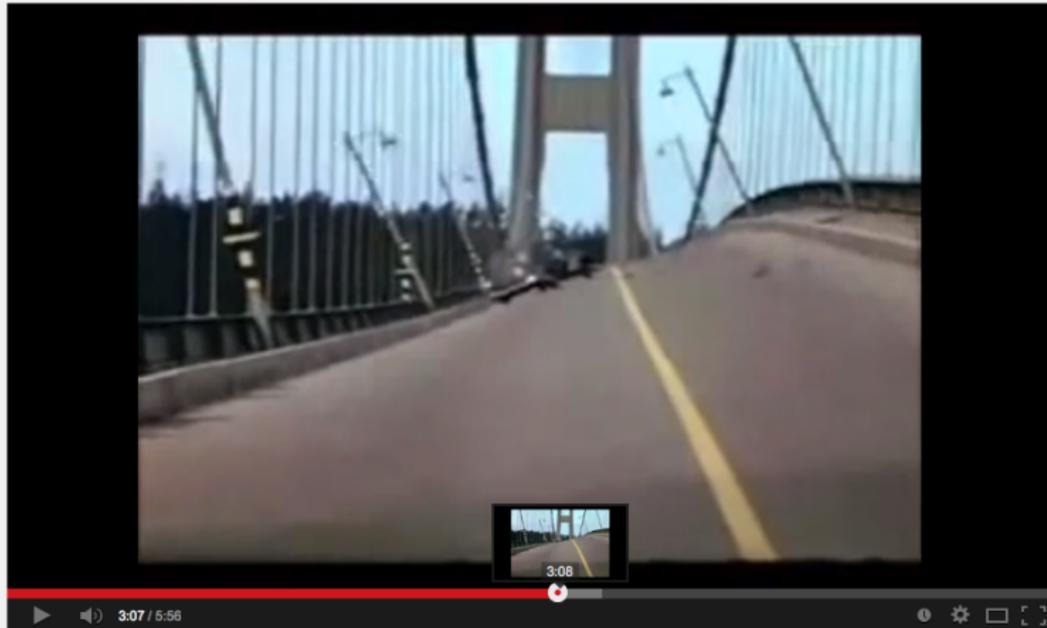
## KATASTROPHE - TACOMA NARROWS BRIDGE

<https://www.youtube.com/watch?v=j-zczJXSxnw>

You **Tube** <sup>DE</sup>



tacoma narrows bridge collapse



Tacoma Narrows Bridge Collapse "Gallop'n' Gertie"

# WIE KANN DIE NUMERIK HELFEN?

## APPROXIMATION

Modell einer Brücke im Rechner (wesentliche Physik!).

## SCHNELLE GLEICHUNGSLÖSER

Wenn nur eine spezielle Belastung relevant ist.

## EIGENPROBLEME

Wenn zeitabhängige Belastungen entscheidend sind.

## NUMERISCHE INTEGRATION

Oft sind entscheidende Kenngrößen Integrale.